



# شاخه‌های ریاضیات تصاعد

•

جعفر ربانی



کلمه «تصاعد» به معنی زیادشدن و بالا رفتن است. یکی از شاخه‌های علم ریاضی در بخش عدد هم تصاعد تام خارد مشهور است که گفت: «حاکم! دستور فرمایید مقداری گندم به من پدهند، اما عدد ۱ تا ۱۰ را دنبال هم ننویسیم، یک رشته عدد تشکیل می‌شود که به صورت تصاعدی افزایش می‌یابد.

ما اول بیایید یا یک قسم آشنایشیم. این قصه زیبایی لست که همیشه برای تشنان دادن مفهوم تصاعد تقلیل می‌کنند ببینیم. قصه چیستا

گفته اند در هند باستان وقتی که مختار ع شطرنج بازی خود را به حاکم هند تقدیم کرد، حاکم شگفت‌زد و فوری انجام شد (تا اینجا ۱۰۲۴ دانه گندم شمردند). ولی قدری که پیش رفتند از سرعت کار کاسته شد و

اکنون درباره نو موضوع مهم تصادعها، یکی پیش‌بینی جمله اتم و دیگری مجموع  $n$  جمله از جمله‌های یک تصادع توضیح می‌دهیم.

#### الف) در تصادع عددی

۱. جمله  $n$  اتم: اگر می‌خواهیم بدانیم که جمله  $n$  اتم یعنی یک جمله لغوخواه در سلسله عددهای یک تصادع عددی - چه عددی خواهد بود، از قرمول:  $(1-a)^n = a + d(n-1)$  استفاده می‌کنیم.

در این قرمول  $a$  جمله اول،  $d$  قدر تسمیت و  $n$  تعداد جمله‌های

لغوخاه است. برای مثال تصادع زیر را داریم که هفت جمله‌اش

را می‌بینیم:

$$4, 7, 10, 13, 16, 19, 22$$

این داید هشتاد و چهارمین جمله آن چه عددی خواهد بود؟

طبق قرمول بالا داریم:

$$a_{18} = 4 + 3(18 - 1) = 52$$

۲. جمع  $n$  جمله: مجموع  $n$  جمله از یک تصادع عددی تیز از ربطه

$$S = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

محاسبه می‌شود.

مثال در تصادع بالا مجموع همان ۸۴ جمله چنین است:

$$S = \frac{84}{2}[2(4) + (84-1)3] = 10794$$

#### ب) در تصادع هندسی

۱. جمله  $n$  اتم: جمله  $n$  اتم تصادع هندسی از این رابطه به دست می‌آید:  $a_n = ar^{n-1}$  در اینجا  $a$  جمله اول،  $r$  قدر تسمیت و  $n$  تعداد جمله‌های است.

مثال: در تصادع هندسی زیر جمله هشتاد را بدست آورید:

$$3, 9, 27, 81, 243$$

داریم:

$$a_8 = 3 \times 3^{8-1} = 81$$

۲. جمع  $n$  جمله: جمع  $n$  جمله تصادع هندسی از رابطه زیر

$$S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

این پیغامی مجموع شش جمله تصادع بالا را حساب کنیم

خواهیم داشت:

$$S = \frac{3(1 - 3^6)}{1 - 3} = 3279$$

در پایان، آیا علاقه دارید مقدار تقریبی گندمی که باید به

مختصر شطرنج می‌دانند چقدر بود؟

در تصادع هندسی مذکور قدر تسمیت ۲ و تعداد جمله‌ها بود

که اگر با قرمول محاسبه کنیم تقریباً می‌شود  $10^{10}$  عدد گندم.

حال اگر هر ۱۰ دله گندم را یک گرم قرض کنیم یک تن گندم

شامل  $10^{10}$  میلیون دله خواهد بود. اکنون باید دید  $10^{10}$  عدد

گندم چند تن خواهد شد که برای خواهد بود  $10^{10}$  میلیارد

تن. در حالی که کل تولید گندم دنیا در یک سال کمتر از یک

میلیارد تن است. آیا عجیب نیست؟

شمارش گندمها وقت زیادی گرفت، هر چه گندم داشتند آوردن و شمردن، ولی هنوز یه نیمه جدول هم ترسیمه بودند، بالاخره کار را متوقف کردند و به حاکم خبر دادند که اگر همه گندمها اثیار قصر راه پیاوارت و شمردن خواسته مختصر بز آورده خواهد شد از آن‌جا به شما خواهیم گفت که مقامات کل گندم مورد تیاز چقدر بود، به حال این قضیه یک تصادع هندسی بود.

حالا که یا مفهوم تصادع آشنا شدیدم می‌توانیم در ریاضیات به هر نوع اضافه شدنی تصادع نمی‌گویند، بلکه عده‌های انددهای عده‌های یک تصادع تیزند؛ اگرچه رویه افزایش دارند، زیرا تعمیم بده از  $9^0$  چه عددی بتوسیم، تصادع ریاضی قاعده و قانون دارد و همه انددهایش قابل پیش‌بینی و محاسبه‌اند.

**اتواع تصادع**  
در ریاضیات دو نوع تصادع وجود دارد: تصادع «عددی» یا «حسابی» و تصادع «هندسی».  
**تصاعد عددی**

اگر در یک رشته عددهای متولی، هر عدد که به آن جمله می‌گویند - مقدار ثابتی بیش از عدد قبل از خود داشته باشد، این رشته یک تصادع عددی (حسابی) است. به مثال زیر توجه کنید:

۱۳...  $(+2) 11 10 (+2) 9 7 (+2) 5 4 ...$   
**تصاعد هندسی**

اگر رشته عددهای متولی به گونه‌ای باشد که آن مقدار ثابت در عدد قبلی ضرب شود، در این صورت تصادع هندسی داریم، قسمة شطرنج که خوب‌باید یک تصادع هندسی بود و این هم مثال دیگر:

۳...  $(\times 2) 6 4 (\times 2) 12 24 (\times 2) 48 ...$

**نکته:**  
۱. در تصادع هر عدد را «جمله» و عدد ثابت را «قدر تسمیت» می‌گویند. در هر دو تصادع بالا جمله اول ۲ و قدر تسمیت ۲ است.  
۲. تصادع ممکن است فازیتی نداشته باشد، یعنی کاشهی باشد که به آن «تصاعد تزویل» می‌گوییم، و آن وقتی است که قدر تسمیت در تصادع عددی منفی و در تصادع هندسی کسری باشد؛ مانند مثال‌های زیر:

**تصاعد عددی نزولی:**  
۱۲...  $(-4) 8 (-4) 4 (-4) 0 (-4) -4 (-4) -8 ...$

**تصاعد هندسی نزولی:**

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$

تمرین: برای اینکه به تلویت دو نوع تصادع عددی و هندسی بپوشی بپرسید، دو تصادع عددی و هندسی تشکیل دهید که جمله اول هر یک  $10^0$  و قدر تسمیت هر یک تیز  $10^0$  باشد و پس از ۵ جمله آن‌ها را با هم مقایسه کنید.